

Brèves communications - Kurze Mitteilungen Brevi comunicazioni - Brief Reports

Les auteurs sont seuls responsables des opinions exprimées dans ces communications. - Für die kurzen Mitteilungen ist ausschließlich der Autor verantwortlich. - Per le brevi comunicazioni è responsabile solo l'autore. - The editors do not hold themselves responsible for the opinions expressed by their correspondents.

Über konvexe Extremalkörper

Vor kurzem wurde in dieser Zeitschrift¹ mitgeteilt, daß unter allen Rotationskörpern mit vorgeschriebenem Volumen und Oberfläche die symmetrische Kugelzone das kleinstmögliche Integral der mittlern Krümmung aufweist. Der Beweis dieses für die Theorie der konvexen Körper wichtigen Satzes ist unterdessen publiziert worden². Vom Unterzeichneten konnte weiter gezeigt werden, daß im allgemeinen Fall beliebiger konvexer Körper der oben erwähnte Körper seiner Extremaleigenschaft verlustig geht³. Mit Benützung der Variationsrechnung⁴, speziell der Theorie der ersten Variation, ist nun folgendes vorläufige Resultat erreicht worden:

Der gesuchte Extremalkörper muß notwendig ein *Kugelkreispolyeder* sein⁵. Seine Oberfläche besteht aus abzählbar unendlich vielen Kreisscheiben. Alle Kanten sind Kreislinien. Er wird aus einer Kugel erzeugt, indem man fortgesetzt Kalotten abschneidet, die sich wohl berühren müssen, aber nicht überschneiden dürfen⁶.

H. BIERI

Bern, den 18. Juli 1949.

Summary

The application of the theory of variations on the problem of convex extremal bodies has led to the following result: The extremal body must necessarily be a spherical circular polyhedron. The surface of this body consists of countable infinite many circular disks. All edges are circular lines. The body can be obtained from a sphere by continually cutting of calottes.

¹ H. HADWIGER, P. GLUR und H. BIERI, Exper. 4, 304 (1948).

² H. HADWIGER, Beweis einer Extremaleigenschaft der symmetrischen Kugelzone, Portugaliae Mathematica 7, 73 (1948).

³ Ein Beweis auf der Grundlage numerischer Berechnung ist im «Archiv der Mathematik», Verlag G. Braun, Karlsruhe (Baden), erschienen: 1, 462 (1949).

⁴ Vergleiche die einschlägigen Abschnitte in W. BLASCHKE: Vorlesungen über Differentialgeometrie, I, (3. Aufl., Springer-Verlag, Wien 1930).

⁵ Läßt man nachträglich das Volumen im Intervall $0 \leq V \leq 4\pi \cdot 3$ variieren, so resultiert eine zwischen Kreisscheibe und Kugel interpolierende Schar von Kugelkreispolyedern.

⁶ Die Feinstruktur steht noch aus. Es bestehen plausible Vermutungen.

Nebelkammeraufnahmen von Mesonen kleiner Masse

Auf Grund neuerer Untersuchungen auf dem Gebiet der kosmischen Strahlung wird das Vorhandensein eines geladenen Partikels vermutet, dessen Masse in der Größenordnung von $10 m_e$ (m_e = Elektronenmasse) liegt¹. Bei einer im Hinblick darauf vorgenommenen

¹ P. AUGER, J. DAUDIN, A. FRÉON und R. MAZE, C. R. 226, 169 (1948). - L. JÁNOSSY und C. B. A. McCUSKER, Nature 163, 181 (1949).

Durchmusterung der vor einigen Jahren mit einer horizontal stehenden langsamen Nebelkammer¹ in einer Höhe von 2300 m (Hafelekar bei Innsbruck) erhaltenen 3000 Aufnahmen wurden einige Spuren gefunden, die von Mesonen kleiner Masse herrühren könnten.

Abb. 1 zeigt die Bahn *A* eines schwach ionisierenden positiv geladenen Teilchens, durch das im Punkte *P* ein Elektron mit verhältnismäßig großer kinetischer Energie ausgelöst wird². Aus der Aufnahme lassen sich folgende Meßgrößen entnehmen:

1. Der Krümmungsradius von *A* vor dem Stoß ist nicht meßbar, sein Krümmungsradius ρ_1 nach dem Stoß wird bei einem Magnetfeld von 1850 Örsted $\pm 3\%$ aus

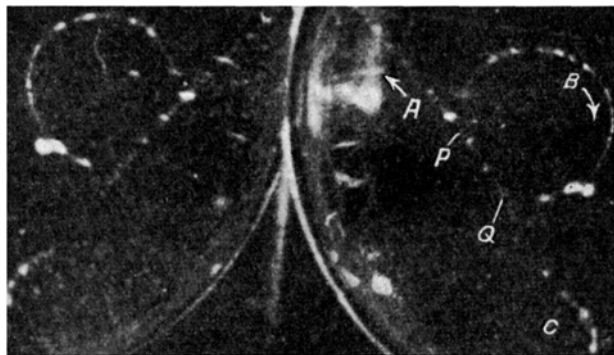


Abb. 1.

der Tangentenkurve³ zu $24,6 \text{ cm} \pm 22\%$ Meßfehler ermittelt. Die Verfälschung der Krümmung infolge Coulombstreuung ergibt nach BETHE⁴ einen zusätzlichen Fehler von höchstens 13%, wenn man eine Teilchenmasse von maximal $30 m_e$ (s. u.) zugrunde legt. Der Impuls von *A* wird demnach $4,55 \cdot 10^4$ Örsted-cm $\pm 38\%$.

2. Der Krümmungsradius ρ_2 des ausgelösten Elektrons *B* beträgt $1,44 \text{ cm} \pm 2\%$ mittleren Meßfehler (ermittelt aus der Projektion des Stereobildes). Der Streufehler beträgt 6%, also insgesamt 8% Fehler. Der Impuls des Elektrons, gemessen in Örsted-cm beträgt $2,66 \cdot 10^3 \pm 11\%$.

3. Der Winkel φ zwischen *A* nach dem Stoß und dem Sekundären (*B*) ist in der Ebene der beiden Bahnen gut meßbar und beträgt 33° mit einem mittleren Fehler von 5%.

4. Der Winkel φ_1 , um den *A* beim Stoß abgelenkt wird, wurde aus der Tangentenkurve zu $4^\circ \pm 20\%$ ermittelt.

¹ R. STEINMAURER und J. RÜLING, Ber. Akad. Wien IIa 151, 159 (1942).

² Wäre die Bewegungsrichtung des Teilchens *A* entgegen der Pfeilrichtung, so müßte das Sekundärteilchen etwa im Punkt *Q* entstanden sein und hätte seiner Krümmungsrichtung zufolge positive Ladung. Bahn *C* kann daher nicht das Ende oder ein Sekundäres von *A* sein.

³ J. RÜLING und H. GHERI, Acta physica Austriaca 2, 335 (1948).

⁴ H. A. BETHE, Phys. Rev. 70, 821 (1946).

5. Das Verhältnis der Ionisation von A und B I_A/I_B kann aus Zahl und Größe der Abstände zwischen den Tröpfchen zu höchstens 1,3 geschätzt werden.

Bei erster Betrachtung würde man A gleichfalls für ein Elektron halten. Aber bei einem Stoß zweier gleicher Partikel müßte bei Zugrundelegung obiger Meßwerte der Winkel φ , berechnet aus Energie und Impulssatz, nicht wie gemessen 33° , sondern ca. 60° betragen. Da die ersten 5 mm der Bahn des Sekundären schlecht erkennbar sind, wäre es immerhin denkbar, daß die Emission unter einem Winkel von 60° stattfindet, das Teilchen aber am Bahnbeginn gestreut wurde. Die Wahrscheinlichkeit hierzu ist kleiner als 10^{-2} . Es ist daher recht unwahrscheinlich, daß das stoßende Teilchen ein Elektron ist. Aus einem Vergleich der Ionisation beider Partikel kann nicht entschieden werden, ob A ein Elektron im langsam ansteigenden Ionisationsbereich ist oder ein Teilchen etwa der Masse $20 m_e$.

Wäre hingegen A ein μ -Meson der Masse $200 m_e$, so müßte den gemessenen Radien zufolge seine Ionisation mindestens 39mal so groß wie die des Sekundären sein. Selbst unter Berücksichtigung des maximalen Streu- und Meßfehlers für die Masse $200 m_e$ (90%) müßte für die obere Grenze von ϱ_1 (81 cm) die Ionisation von A 5,2mal der des Elektrons sein. Bei dem geschätzten Ionisationsverhältnis hingegen müßte der Radius von A 8,5mal so groß als gemessen, bzw. 2,5mal so groß als der größte infolge Streuung noch wahrscheinliche Radius sein.

Die Masse μ des Teilchens A kann nun aus den Winkeln und Radien auf verschiedene Arten aus Energie und Impulssatz ermittelt werden:

a) Aus Radius ϱ_1 , Radius ϱ_2 und dem Winkel φ nach

$$k^2 = \left(\frac{\xi \eta \cos \varphi}{\sqrt{1 + \eta^2} - 1} + 1 \right)^2 - \xi^2 \quad k = \frac{\mu}{m_e}; \quad \xi = \frac{H \varrho_1 e}{m_e c}; \quad \eta = \frac{H \varrho_2 e}{m_e c}$$

zu $\mu = 32,5 m_e$. Bei Berücksichtigung der maximalen Fehler ergibt sich eine obere bzw. untere Grenze von 45,6 bzw. $6,6 m_e$.

b) Aus φ_1 , ϱ_2 und $\varphi_2 = (\varphi - \varphi_1)$ nach

$$k^2 = \left(\eta^2 \frac{\sin \varphi_2 \cos (\varphi_1 + \varphi_2)}{\sin \varphi_1 (\sqrt{1 + \eta^2} - 1)} + 1 \right)^2 - \eta^2 \frac{\sin^2 \varphi_2}{\sin^2 \varphi_1}$$

zu $\mu = 13,8 m_e$, mit den Grenzen 17,4 und $8,9 m_e$.

c) Eine Massenbestimmung aus ϱ_1 , ϱ_2 und φ_1 ist wegen der großen Fehler dieser Werte nicht möglich. Setzt man jedoch $\cos \varphi_2 = 1$, so erhält man als obere Grenze $\mu_{\max} = 42 m_e \pm \text{ca. } 50\%$.

d) Eine Abschätzung der oberen Grenze der Masse ergibt sich auch aus dem Winkel φ_1 allein, gemäß der Beziehung $\sin \varphi_{1\max} = 1/k^1$ zu $\mu_{\max} = 15 m_e \pm 20\%$.

Als Mittel aus a) und b) ergibt sich $\mu = 23,2 m_e$.

Abb. 2 zeigt die Bahnen zweier stark ionisierender Teilchen gemeinsamen Ursprungs, die anscheinend durch ein neutrales Teilchen in der Bleiplatte ausgelöst wurden.

An der rechten sind deutlich zwei Abschnitte erkennbar: der obere, stark gekrümmte Teil wurde von einem Elektron negativer Ladung erzeugt. Es ist jedoch unwahrscheinlich, daß der untere, geradlinige Teil ebenfalls von einem Elektron herrührt, denn ein Elektron müßte bei einer Reichweite von 6,9 cm in dem Magnetfeld von $1580 \text{ Östed} \pm 3\%$ einen Krümmungsradius von 0,6 cm haben. Die Bahn könnte allenfalls durch

Vielfachstreuung geradegestreckt worden sein, aber dann müßte ihr Streuradius das 16fache des mittleren berechneten Wertes betragen. Es muß daher angenommen werden, daß die rechte Bahn von einem Teilchen herrührt, dessen Masse größer ist als die eines Elektrons, aber über dessen Natur nichts weiter gesagt werden kann. Die Aussendung des Elektrons kommt möglicherweise durch einen nach 2 cm Weges stattgefundenen Kerneinfang zustande.

Aus der linken Bahn, die von einem positiven Teilchen herrührt, lassen sich folgende Meßgrößen entnehmen:

1. Ihre Länge ist 9,1 cm. Aus der starken Zunahme der Ionisation und der Stöße ist anzunehmen, daß das

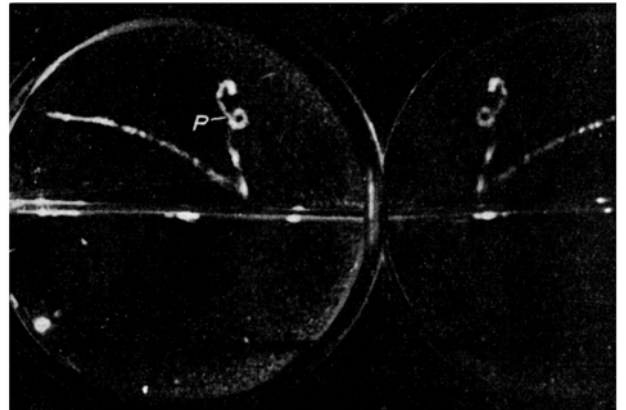


Abb. 2

Teilchen im beleuchteten Teil der Kammer zur Ruhe gekommen ist oder mindestens nur ein kleines Stück im unbeleuchteten Teil weiterlief.

2. Der Krümmungsradius ist längs der ersten $\frac{2}{3}$ der Bahn gut meßbar und wurde aus der Tangentenkurve zu $9,3 \text{ cm} \pm 12\%$ ermittelt. Der Streufehler (s. o.) berechnet sich bei Annahme einer Masse von $50 m_e$ zu etwa 40%.

3. Eine Abschätzung der Ionisation ergibt, daß das Partikel im mittleren Bereich seiner Bahn mindestens ebenso, höchstens aber 4mal so stark wie das Elektron im Punkt P ionisiert.

Das Teilchen kann kein Elektron sein, denn bei der angenommenen Reichweite von 9,1 cm müßte es einen Krümmungsradius von ca. 0,7 cm haben. Andererseits käme ihm bei dem gemessenen Radius eine Reichweite von 1530 cm zu, die aber infolge der starken Ionisationszunahme unmöglich ist. Selbst unter Berücksichtigung eines möglichen Fehlers im Radius von 20% ($\varrho = 7,4 \text{ cm}$) ergäbe sich eine Reichweite von 1200 cm.

Eine Masse von $200 m_e$ oder $300 m_e$ ist mit der vorgegebenen Reichweite und Ionisation ebenfalls nicht vereinbar. Einerseits müßte bei einer Reichweite von 9,1 cm die Ionisation in der Bahnmitte mindestens 10mal so stark sein als die des Elektrons im Punkte P . Andererseits müßte bei Zugrundelegung des beobachteten Ionisationsverhältnisses die Reichweite für eine Masse $200 m_e$ mindestens 30 cm betragen, wogegen aber wieder die starke Ionisationszunahme spricht, die für $200 m_e$ und 30 cm Reichweite unter 4,5% liegen müßte und unbeobachtbar wäre.

Die Masse des Partikels läßt sich aus obigen Angaben auf drei verschiedene Arten ermitteln: a) aus Reichweite R und Ionisationsverhältnis I_μ/I_e , b) aus Ioni-

¹ L. JÁNOSSY, *Cosmic Rays*, p. 84 (Oxford 1948).

sationsverhältnis und Krümmungsradius ϱ und c) aus Reichweite und Krümmungsradius.

Mit $R = 9,1\text{ cm}$, $I_\mu/I_e = 4$ und $\varrho = 9,3\text{ cm}$ folgt für die Masse aus a) $30\ m_e$, aus b) $44,7\ m_e$ und aus c) $55\ m_e$. Für ein kleineres I_μ/I_e erhält man eine kleinere, für ein größeres R aus a) eine größere, aus c) eine kleinere Masse. Berücksichtigt man bei ϱ die Meß- und Streufehler (zusammen 54% für eine Masse $50\ m_e$), so erhält man als Extremwerte aus c) $28,6\ m_e$ und $150\ m_e$. Letzterer hoher Wert ist jedoch mit der Ionisationsänderung unverträglich, deren Verlauf für verschiedene Massen gegen das Ende ihrer Reichweite leicht berechnet werden kann.

Aus obigen Überlegungen geht wohl sicher hervor, daß es sich bei den untersuchten Partikeln um Teilchen mit einer Masse kleiner als $70\ m_e$ handelt. Die Masse eines von COWAN¹ untersuchten Partikels ($11,4\ m_e$, jedenfalls $< 30\ m_e$) ist von derselben Größenordnung.

(Frl.) J. RÜLING und RUDOLF STEINMAURER

Physikalisches Institut der Universität Innsbruck, den 28. Mai 1949.

Summary

From a series of pictures obtained with a slow cloud chamber at 2300 m above sea level (Hafelekar near Innsbruck) two tracks are discussed. Considering all the possibilities of error, they must be due to particles with masses less than $70\ m_e$.

¹ E. W. COWAN, Science 108, 534 (1948).

On Magnetic Behaviour of Some Carcinogenic Substances

The "electronic theory" of carcinogenesis is gaining more and more evidence, at least as far as aromatic hydrocarbons and related substances are concerned. The existence of a relation between the electronic configuration and carcinogenic activity of organic molecules was suggested by O. SCHMIDT¹ and since then has been confirmed by A. and B. PULLMAN², who however recognized that the quantum mechanical methods adopted by SCHMIDT were insufficient and devised new

methods in order to verify the proposed relation. R. DAUDEL and A. PULLMAN¹ have shown in many carcinogenic hydrocarbons the existence of a highly charged *K region*, situated at the mesophenanthrene bond; and a "K-region hypothesis" was published and developed by A. PULLMAN². The benzene ring according to the resonance theory is supposed to be a *hybrid* of different structures, Kekulé forms as well as Dewar forms; now, summing the charges required for each of these structures, PULLMAN was able to draw a molecular diagram showing the distribution of π electrons (B electrons of O. SCHMIDT). Such calculations were extended to many aromatic hydrocarbons; and of late A. and B. PULLMAN (l. c. 1948) tried to include in their hypothesis other cancerogenic compounds (aminostilbenes, azocompounds). For recent conceptions on the mode of action of cancerogenic hydrocarbons we may refer to the article of G. M. BADGER³.

Now further progress on such line of research may be made by studying some physical properties that are known to be strictly dependent upon electronic structure. An important one of such properties is the behaviour in a magnetic field: the *diamagnetism*, which is a common feature of all bodies, according to LANGEVIN's theory, is related to the electronic orbits in atoms. The researches of A. PACAULT⁴ represent an important development of magnetochemistry on this point: he compared the experimental values of magnetic susceptibility (χ) with the values that can be calculated on the ground of Kekulé bonds as well as of abnormal bonds (Dewar) and came to the conclusion that every experimental value of χ is comprised between the theoretical values.

We give here an account of some researches on the magnetic susceptibility of some aromatic hydrocarbons and of a few other compounds. A further development of such researches will be set forth by one of us, G. MAYR, while E. GALLICO⁵ will give a review of the general magneto chemistry of hydrocarbons.

The measures of χ were made in a inhomogeneous field with a magnetic pendulum of the type WEISS-FOEX, modified by G. MAYR⁶; all measures were related to water $\chi\ (0.72 \cdot 10^{-6})$; control experiments with water, bismuth, mercury were also made. Temp.: 20°–22°. The values of χ mol. were derived according to the classical

¹ R. DAUDEL and A. PULLMAN, C. R. Acad. Sci. 222, 663 (1946).
² A. PULLMAN, Ann. Chimie 2, 1 (1947).
³ G. M. BADGER, Brit. J. Cancer 2, 309 (1948).
⁴ A. PACAULT, C. R. Acad. Sci. 219, 158 (1944).
⁵ E. GALLICO, Tumori (1949), in the press.
⁶ G. MAYR, Rendic. Ist. Lomb. Sci. Lett. 78, 459 (1945).

Magnetic susceptibility (χ)

Substances	$\chi \cdot 10^6$		No. of measures	Biological function
	Calculated values	Found values		
Methylcholanthrene	-0.75	-0.68 ± 0.04	48	Cancerogenic
3,4-Benzpyrene	-0.73	-0.59 ± 0.06	36	Cancerogenic
Acenaphthanthracene	-0.73	-0.73 ± 0.03	48	Non-cancerogenic or Slowly cancerogenic
Acetylaminofluorene	-0.66	-0.63 ± 0.02	48	Cancerogenic
Perylene	-0.68	-0.69 ± 0.03	42	Non-cancerogenic
1,2,5,6-Dibenzofluorene	-0.73	-0.69 ± 0.03	42	Cancerogenic
3,4,5,6-Dibenzphenanthrene	-0.72	-0.73 ± 0.03	48	Non-cancerogenic
o-Aminoazotoluene	-0.64	-0.61 ± 0.02	36	Cancerogenic